Nafouz

الموضوع الأول

التّمرين الأول: (4 نقاط)

يحتوي صندوق على ثماني كرات منهم : 3 كرات حمراء و 3 كرات خضراء و كرتين بيضاوين الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق

1) نعتبر الحدث A التالي : الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل .
و الحدث B : الحصول على كرتين من نفس اللون .

أ) بين أن $P(A)=\frac{13}{28}$ ، $P(B)=\frac{1}{4}$

ب) نضيف الى الصندوق n كرة بيضاء ، نعتبر الحدث C :الحصول على كرتين بيضاوين

بين أن : $P(C)=\frac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} p(C)$ و ماذا تستنتج .

2) نسحب عشوائيا و في أن واحد 3 كرات من الصندوق –وضعية الصندوق الأولى– و نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

التّمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $u_{n+1}=\frac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}$ و $u_0=\frac{3}{4}$

1) برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $\frac{1}{2}<u_n<1$.

2) بين أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة .

3) نعتبر المتتالية $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $t_n=\ln\left|\frac{1-u_n}{u_n}\right|$

أ- بين أن المتتالية t_n هندسية أساسها 2 ثم عبر عن t_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

ب- عين $\lim\limits_{n\to+\infty}(t_n)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$.

4) أحسب الجداء $P_n=t_0\times t_1\times ....\times t_n$

أحسب المجموع $S_n=\frac{1}{t_0}+\frac{1}{t_1}+.......+\frac{1}{t_n}$

التّمرين الثالث: (5 نقاط)

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $\left(z-i\sqrt{3}\right)\left(z^2+-2z+4\right)=0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النّقطة A، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=1-i\sqrt{3}$، $z_C=i\sqrt{3}$

أ) أكتب على الشكل الأسي z_A ، z_B، z_C ثم أحسب العدد $\left(z_A\right)^{2019}+\left(z_B\right)^{1440}+\left(z_C\right)^{2969}$

ب) أكتب على الشكل الأسي العدد $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم حدد طبيعة المثلث ABC.

ت) استنتج طبيعة التحويل S الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة C مبرزا عناصره المميزة.

3) لتكن G مرجح الجملة $\left\{\left(A,1\right);\left(B,\alpha\right);\left(C,1\right)\right\}$ حيث $\alpha\neq-2$ عيين قيمة α حتى تنتمي النقطة G إلى المتوسط المتعلق بالضلع $\left[BC\right]$ في المثلث ABC.

4) حدد مجموعة النقط $M(z)$ بحيث $\left|\bar{z}+i\sqrt{3}\right|=\left|iz+\sqrt{3}-i\right|$.

التّمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن g دالّة عدديّة مُعرّفة على $\left]-2,+\infty\right[$ بـ : $g(x)=-1+(x+2)e^x$.

1) أدرس تغيرات الدّالّة g، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد α بحيث $-0{,}5<\alpha<-0{,}4$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن f دالّة عدديّة مُعرّفة على $\left]-2,+\infty\right[$ بـ $f(x)=e^x-\ln\left(x+2\right)$

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أحسُب نهايات الدّالّة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. ثم فسر النتائج هندسيا.

2) أثبت أنه من أجل كل x من $\left]-2,+\infty\right[$: $f'(x)=\dfrac{g\left(x\right)}{x+2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة f، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

3) أكتب معادلة (Δ) مماس المنحنى $\left(C_f\right)$ عند مبدأ المعلم O

4) أنشئ $\left(C_f\right)$ و (Δ). تعطى $f(\alpha)\simeq 0{,}2$

5) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ و المستقيم (Δ) و $x=0$ و $x=1$.

6) ناقش، بيانيًا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي x، حيثُ $e^x+\ln\left(\dfrac{m+2}{x+2}\right)=e^m$

التنقيط	تصحيح التمرين الأول (04 نقاط) (الإحتمالات)

1 I) أوّلا نحسب عدد الحالات الممكنة للسحب : $A_8^2=\frac{(8)!}{(8-2)!}=8\times7=56$.

$$C_{n+8}^2=\frac{(n+8)!}{2!(n+6)!}=\frac{(n+8)(n+7)(n+6)!}{2(n+6)!}=\frac{(n+8)(n+7)}{2}$$

1) الحدث A إحتمال سحب كرة بيضاء على الأقل :

$$P(A)=\frac{A_2^1\times A_6^1+A_6^1\times A_2^1+A_2^2}{56}=\frac{26}{56}=\frac{13}{28}$$

الحدث B إحتمال سحب كرتين من نفس اللون:

$$P(B)=\frac{A_3^2+A_3^2+A_2^2}{56}=\frac{14}{56}=\frac{1}{4}$$

ب ❖ الحدث C إحتمال سحب كرتين بيضاوين بعد اضافة n كرة بيضاء :

أوّلا نحسب عدد الحالات الممكنة للسحب :

$$A_{8+n}^2=\frac{(8+n)!}{(6+n)!}=\frac{(8+n)(7+n)(6+n)!}{(6+n)!}=(8+n)(7+n)$$

ثانيا نحسب عدد الحالات الملائمة للسحب :

$$A_{n+2}^2=\frac{(n+2)!}{(n+2-2)!}=\frac{(n+2)(n+1)(n)!}{(n)!}=(n+2)(n+1)\ .$$

إذن إحتمال سحب كرتين بيضاوين هو: $P(C)=\frac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$.

ب) حساب $\lim\limits_{n\to\infty}P(n)$ ، ثم نفسر النتيجة:

$$\lim_{n\to\infty}P(c)=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n+2)}{(n+8)(n+7)}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n^2}=1\ .$$

التفسير : الحادثة "سحب كرتين بيضاويين " تكون <u>حادثة أكيدة</u> لما n يكون كبيرا بالقدر الكافي .

II) 1) قيم المتغير العشوائي X :

المتغير العشوائي يعبّر عن عدد الكرات الحمراء المسحوبة

و منه قيم المتغير العشوائي X هي : $(X=0),(X=1),(X=2),(X=3)$.

2) تعيين قانون الإحتمال، و حساب أمله الرياضي :

Nafouz

- حالة $\left(X=0\right)$ أي الكرات المسحوبة ا من لون اخر ، إذن : $P\left(X=0\right)=\frac{C_5^3}{C_8^3}=\frac{10}{56}$ ، أي :. - حالة $\left(X=1\right)$ أي سحب كرة حمراء وكرتين من الباقي $P\left(X=1\right)=\frac{C_5^2C_3^1}{C_8^3}=\frac{30}{56}$. حالة $\left(X=2\right)$ أي سحب كرتين حمراء وكرة من الباقي $P\left(X=2\right)=\frac{C_5^1C_3^2}{C_8^3}=\frac{15}{56}$ حالة $\left(X=3\right)$ أي سحب ثلاثة كرات حمراء $P\left(X=3\right)=\frac{C_3^3}{C_8^3}=\frac{1}{56}$ **حساب الأمل الرياضي :** $E\left(X\right)=\sum_{i=0}^{3}X_i.P_i$ ، أي: $E\left(X\right)=\frac{63}{56}$. **حساب التباين :** $V\left(X\right)=E\left(X^2\right)-\left(E\left(X\right)\right)^2$ ، أي: $V\left(X\right)=\frac{99}{56}-\left(\frac{63}{56}\right)^2=0,36$ **حساب الانحراف المعياري :** $\delta\left(X\right)=\sqrt{V\left(X\right)}$ ، أي: $\delta\left(X\right)=\sqrt{0,36}=0,6$	
تصحيح التمرين الثاني (04 نقاط) (المتتاليات العددية)	**التنقيط**
لدينا : $u_{n+1}=\frac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}$ و $u_0=\frac{3}{4}$: $P(n):\frac{1}{2}<u_n<1$ **المرحلة 1:** من أجل $n=0$ لدينا $u_0=\frac{3}{4}$ أي : $\frac{1}{2}<u_0<1$ و منه $P(0)$ محققة. **المرحلة 2:** نفرض صحة $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي n. و نبرهن صحة $P(n+1)$ من أجل كل عدد طبيعي n. أي نفرض أن $\frac{1}{2}<u_n<1$ صحيحة و نبين أن: $\frac{1}{2}<u_{n+1}<1$. - لدينا فرضا أنّ: $\frac{1}{2}<u_n<1$، إيكفي أن نبرهن أن : $u_{n+1}<1$ و $\frac{1}{2}<u_{n+1}$ ،. **نبيّن أنّ :** $u_{n+1}<1$. **نحسب** $u_{n+1}-1$: $-\frac{\left(u_n-1\right)^2}{2u_n^2-2u_n+1}=\frac{-u_n^2+2u_n-1}{2u_n^2-2u_n+1}=\frac{u_n^2-2u_n^2+2u_n-1}{2u_n^2-2u_n+1}=u_{n+1}-1=\frac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}-1$ ، أي أنّ: $u_{n+1}<1$ **نبيّن أنّ :** $\frac{1}{2}<u_{n+1}$. **نحسب** $u_{n+1}-\frac{1}{2}$:	

$u_{n+1}-\frac{1}{2}=\frac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}-\frac{1}{2}=\frac{2u_n^2-2u_n^2+2u_n-1}{2\left(2u_n^2-2u_n+1\right)}=\frac{2u_n-1}{2\left(2u_n^2-2u_n+1\right)}$ ، أي أنّ : $\frac{1}{2}<u_{n+1}$

وعليه : $\frac{1}{2}<u_{n+1}<1$.

و أخيرا الخاصية $P(n)$ محققة من أجل كل عدد طبيعي n .

2) دراسة رتابة المتتالية (u_n):

من أجل كل عدد طبيعي n ندرس إشارة الفرق : $u_{n+1}-u_n$:

لدينا: $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}-u_n=\frac{u_n^2+2u_n^2-2u_n^3-u_n}{2u_n^2-2u_n+1}-u_n=\frac{u_n\left(-2u_n^2+3u_n+1\right)}{2u_n^2-2u_n+1}$ ،

لدينا $\frac{1}{2}<u_n<1$ ، لدينا : $-2u_n^2+3u_n+1>0$ لما $\frac{1}{2}<u_n<1$

و منه المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.

3)إستنتاج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة و حساب نهايتها:

بما أنّ المتتالية (u_n) متزايدة وَ محدودة من الأعلى بـ 1 ، إذن هي متقاربة.

3)أ) بيان أن (t_n) متتالية هندسية:

لدينا: $t_n=\ln\left(\frac{1-u_n}{u_n}\right)$ ، أي :

$$t_{n+1}=\ln\left(\frac{1-u_{n+1}}{u_{n+1}}\right)=\ln\left(\frac{1-\frac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}}{\frac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}}\right)==\ln\left(\frac{\frac{u_n^2-2u_n+1}{2u_n^2-2u_n+1}}{\frac{u_n^2}{2u_n^2-2u_n+1}}\right)=\ln\frac{\left(1-u_n\right)^2}{\left(u_n\right)^2}=\ln\left(\frac{1-u_n}{u_n}\right)^2=2\ln\left(\frac{1-u_n}{u_n}\right)=2t_n$$

و منه : $t_{n+1}=2.t_n$ ، إذن المتتالية (t_n) هندسية أساسها $q=2$ ، و حدها الأول :

$t_0=\ln\left(\frac{1-u_0}{u_0}\right)=\ln\left(\frac{1-\frac{3}{4}}{\frac{3}{4}}\right)=\ln\left(\frac{1}{3}\right)=-\ln 3$.

ب) التعبير عن t_n بدلالة n و u_n بدلالة n:

- عبارة t_n : $t_n=t_0\times q^n$ ، أي : $v_n=\ln\left(\frac{1}{3}\right)\times(2)^n$.
- عبارة u_n : لدينا $t_n=\ln\left(\frac{1-u_n}{u_n}\right)$ أي: $e^{t_n}=\frac{1-u_n}{u_n}$ أي: $u_ne^{t_n}=1-u_n$ ، أي :

$u_ne^{t_n}+u_n=1$ أي: $u_n\left(e^{t_n}+1\right)=1$ أي: $u_n=\frac{1}{\left(e^{t_n}+1\right)}$ أي: $u_n=\frac{1}{\left(e^{t_n}+1\right)}$ أي أن

$$u_n=\frac{1}{\left(e^{\ln\left(\frac{1}{3}\right)(2)^n}+1\right)}=\frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^{2n}+1}$$

ج) حساب نهاية المتتالية (u_n):

نعلم أنّ: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{2n}=0$ ، لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}t_n=\ln\left(\frac{1}{3}\right)\times(2)^n=-\infty$ و: $u_n=\frac{1}{\left(e^{t_n}+1\right)}$، و منه:

$\lim\limits_{n\to\infty}u_n=1$.

5) حساب الجداء المجموع S_n:

حساب الجداء $P_n=t_0\times t_1\times.......\times t_n$ تكافئ $P_n=(t_0\times q^0)\times(t_0\times q^1).......\times(t_0\times q^1)$

تكافئ $P_n=(t_0\times t_0\times....t_0)\times(q^0\times q^1\times......\times q^n)$ تكافئ

تكافئ $P_n=(t_0)^{n+1}\times\left(q^{0+1+2+......+n}\right)=(t_0)^{n+1}\times(q)^{\frac{(n)(n+1)}{2}}$ تكافئ $P_n=\left(\ln\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{n+1}\times(2)^{\frac{(n)(n+1)}{2}}$

حسب المجموع $S_n=\frac{1}{t_0}+\frac{1}{t_1}+.......+\frac{1}{t_n}=\frac{1}{t_0\times q^0}+\frac{1}{t_0\times q^1}+.......+\frac{1}{t_0\times q}$

تكافئ $S_n=\frac{1}{t_0}\left(\frac{1}{q^0}+\frac{1}{q^1}+.......+\frac{1}{q^n}\right)$ تكافئ $S_n=\frac{1}{t_0}\left(\frac{1-\left(\frac{1}{q}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{q}\right)}\right)$ تكافئ

$$S_n=\frac{1}{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)}\right)$$

تصحيح التمرين الثالث (05 نقاط) (الأعداد المركبة)	التنقيط

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $\left(z-i\sqrt{3}\right)\left(z^2+-2z+4\right)=0$.

ب) المستوي المركّب منسوب إلى لدينا $P(z)=0$ يكافئ $\left(z-i\sqrt{3}\right)\left(z^2+-2z+4\right)=0$ يكافئ

$$\begin{cases}\left(z-i\sqrt{3}\right)=0...............(1)\\ \left(z^2+-2z+4\right)=0....(2)\end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد أنّ $z=i\sqrt{3}$.

المعادلة (2) من الدّرجة الثانية، نحلّها باستخدام المميّز Δ حيثُ $\Delta=-12=12i^2$، إذن

فهي تقبل حلّين مترافقين هما $z_1=\frac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a}=1-i\sqrt{3}$ و

$z_2=\frac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a}=1+i\sqrt{3}$، و عليه مجموعة حلول المعادلة $P(z)=0$ هي $S=\{i\sqrt{3},1+i\sqrt{3},1-i\sqrt{3}\}$.

أ) ❖ كتابة على الشكل الأسي z_A ، z_B، z_C ثم أحسب العدد $(z_A)^{2019}+(z_B)^{1440}+(z_C)^{2969}$

$$z_A=1+i\sqrt{3}=2e^{i\frac{\pi}{3}}\quad z_B=1-i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}\quad z_C=i\sqrt{3}=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

- حساب العدد $(z_A)^{2019}+(z_B)^{1440}+(z_C)^{2969}$

$$(z_A)^{2019}+(z_B)^{1440}+(z_C)^{2969}=\left(2e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^{2019}+\left(2e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)^{1440}+\left(\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2969}$$

$$\left(2^{2019}e^{i\frac{2019\pi}{3}}\right)+\left(2^{1440}e^{-i\frac{1440\pi}{3}}\right)+\left(\sqrt{3}^{2969}e^{i\frac{2969\pi}{2}}\right)=2^{2019}e^{i673\pi}+2^{1440}e^{-i480\pi}+\sqrt{3}^{2969}e^{i\left(1484\pi+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$2^{2019}e^{i\pi}+2^{1440}e^{i0}+\sqrt{3}^{2969}e^{i\left(\frac{\pi}{2}\right)}=-2^{2019}+2^{1440}+\sqrt{3}^{2969}i$$

ب) كتابة على الشكل الأسي العدد $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ ثم تحديد طبيعة المثلث ABC.

$$L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{i\sqrt{3}-1-i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}-1-i\sqrt{3}}=\frac{1}{i2\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{6}i=\frac{\sqrt{3}}{6}e^{-i\frac{\pi}{2}}$$

لدينا $\frac{\sqrt{3}}{6}=|L|=\left|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right|$ أي أنّ $AC\neq BC$، كذلك لدينا

$\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)=\arg(L)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$، و منه $\left(\overrightarrow{AB},AC\right)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$،، و عليه يكون المثلث ABC قائم في A.

ت) استنتاج طبيعة التحويل S الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة C و عناصره المميزة.

لدينا $\begin{cases}z_A=az_A+b....(1)\\ z_C=az_B+b....(2)\end{cases}$، بطرح المعادلة (1) من المعادلة (2) نحصل على

$z_C-z_A=a(z_B-z_A)$ و منه $a=L=\frac{\sqrt{3}}{6}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ إذن، و عليه التحويل S تشابه مباشر نسبته

$|L|=\frac{\sqrt{3}}{6}$ و زاويته $\arg(L)=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ و مركزه A .

ب) لدينا $z_D=iz_B+4-4i$ و منه $z_D=7$.

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,1);(B,\alpha);(C,1)\}$ حيث $\alpha\neq-2$ عيين قيمة α حتى تنتمي النقطة G إلى المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث ABC.

لاحقة النقطة G هي $\frac{1+\alpha+i(2-\alpha)\sqrt{3}}{\alpha+2}=\frac{z_A+\alpha z_B+z_C}{\alpha+2}=z_G$ لتكن النقطة D

منتصف الضلع $\left[BC\right]$ إذن $z_D = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{1}{2}$

حتى تنتمي النقطة G إلى المتوسط المتعلق بالضلع $\left[BC\right]$ في المثلث ABC، يجب أن يكون

العدد $K = \frac{z_G - z_A}{z_G - z_D}$ حقيقيا بحتا و حتي يكون كذلك $\bar{K} = K$ تكافئ $\alpha^2 + \alpha - 2 = 0$

تكافئ $\alpha = -2$ مرفوض أو $\alpha = 1$

4) تحديد مجموعة النقط $M(z)$ بحيث $\left|iz + \sqrt{3} - i\right| = \left|\bar{z} + i\sqrt{3}\right|$ تكافئ

$\left|i(z - i\sqrt{3} - 1)\right| = \left|\bar{z} - \left(-i\sqrt{3}\right)\right|$ تكافئ $\left|i\right|\left|(z - i\sqrt{3} - 1)\right| = \left|\bar{z} - \left(-i\sqrt{3}\right)\right|$ تكافئ

$\left|z - \left(i\sqrt{3} + 1\right)\right| = \left|\bar{z} - \left(-i\sqrt{3}\right)\right|$ تكافئ $\left|z - z_A\right| = \left|\bar{z} - \bar{z}_c\right|$ تكافئ $\left|z - z_A\right| = \left|\overline{z - z_C}\right|$ تكافئ

$\left|z - z_A\right| = \left|z - z_C\right|$ تكافئ $AM = CM$ ومنه مجموعة النقط $M(z)$ هي المستقيم المحوري

للقطعة $\left[AC\right]$

تصحيح التمرين الرابع (7 نقاط)	(الدالة الأسية)	التنقيط

الجزء الأول:

1) دراسة إتجاه تغير الدالة g:

الدالة g قابلة للإشتقاق على $\left]-2;+\infty\right[$ و دالتها المشتقة هي:

$g'\left(x\right) = \left(x+3\right)e^x$.

نلاحظ أنه من أجل كل $x \in \left[0;+\infty\right[$: $g'\left(x\right) \leq 0$.

الخلاصة: الدالة g متزايدة على $\left]-2;+\infty\right[$.

جدول التغيرات الدالة g

x	-2	$+\infty$
$g'\left(x\right)$	$+$	
$g\left(x\right)$	-1	$+\infty$

- حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(x\right)$:

$$\lim_{x\to+\infty} g\left(x\right) = \lim_{x\to+\infty} \left(x+2\right)e^x - 1 == +\infty$$

$$\lim_{x\to-2} g\left(x\right) = \lim_{x\to-2} \left(x+2\right)e^x - 1 = -1$$

2) تبيان أن المعادلة $g\left(x\right) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $\left]-2;+\infty\right[$:

الدالة g مستمرة و رتيبة تماما على $\left]-2;+\infty\right[$ و لدينا، .

$-0,5 < \alpha < -0,4$: ⅄ بما أنّ : $\begin{cases} g\left(-0;5\right) = -0, \\ g\left(-0,4\right) = +0, \end{cases}$ أي $g\left(-0,5\right) \times g\left(-0,4\right) < 0$ ، و بتالي حسب

نظرية القيم المتوسطة فإنه $g\left(x\right) = 0$: تقبل حل وحيد α على $g\left(\alpha\right) = 0$ $\left]1,14;1,15\right[$

إشارة $g\left(x\right)$:-

x	-2 α	$+\infty$
$g\left(x\right)$	$-$	$+$

الجزء الثاني: لدينا : $f\left(x\right) = e^x - \ln(x+2)$

حساب $\lim\limits_{x\to-2} f\left(x\right) = \lim\limits_{x\to-2} \left[e^x - \ln\left(x+2\right)\right] = +\infty$:

المستقيم الذي معادلته $x=-2$ مقارب عمودي لـ (C_f)

نهاية f عند $+\infty$:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left[e^x-\ln(x+2)\right]=\lim_{x\to+\infty}(x+2)\left[\frac{e^x}{x+2}-\frac{\ln(x+2)}{x+2}\right]=+\infty$$

2) أ) بيان أنّه من أجل كل $]-2;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{e^x\times g(x)}{(xe^x+1)^2}$:

الدالة f قابلة للإستقاق على $]0;+\infty[$ و دالتها المشتقة هي :

$$f'(x)=e^x-\frac{1}{x+2}=\frac{xe^x+2e^x-1}{x+2}=\frac{(x+2)e^x-1}{x+2}=\frac{g(x)}{x+2}$$

ب) إستنتاج إتجاه تغيّر الدالة f ، و تشكيل جدول تغيّراتها : نلاحظ أنّ إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

x	-2 α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$

- الدالة f متناقصة تماما على $]-2;\alpha[$
- الدالة f متزايدة تماما على $]\alpha;+\infty[$

- جدول التغيرات

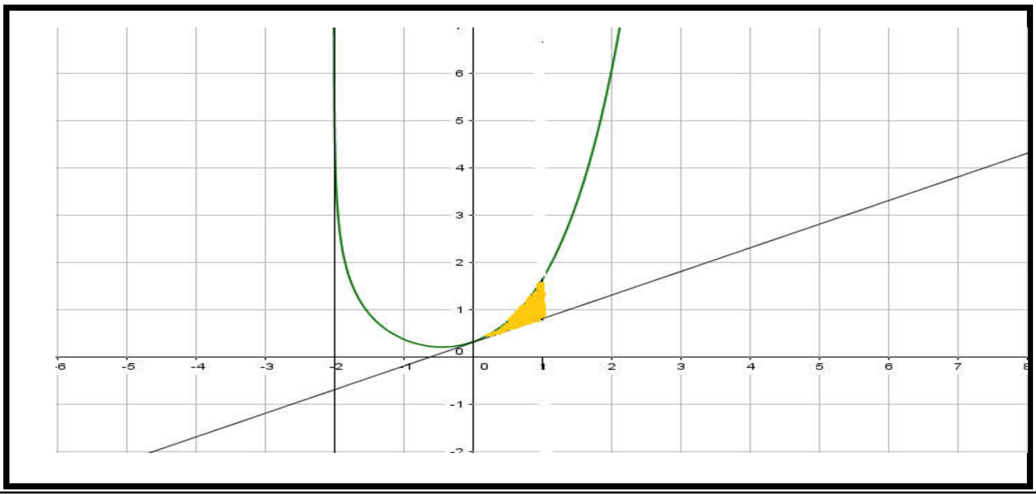
x	-2 α	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $f(\alpha)$	↗ $+\infty$

.

3) كتابة معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 :

$(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$ $\boxed{\text{أي}}$ $(\Delta): y=\dfrac{1}{2}x+1-\ln 2$

4) رسم كلا من (Δ) و المنحنى (C_f) :



الجزء الثالث :

5) حساب بـ cm^2 **مساحة الحيز المحدد بـ** (C_f) **وَ** (T) **و محور التراتيب و** $x=1$ **:**

$A=\int_0^1\left[f(x)-\left(\frac{1}{2}x+1-\ln(2)\right)\right]dx=\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1\left(\frac{1}{2}x+1-\ln(2)\right)dx$ ، أي :

$$A=\int_0^1 e^x dx-\int_0^1 \ln(x+2)dx-\int_0^1\left(\frac{1}{2}x+1-\ln(2)\right)dx$$

$A=\left[e^x-(x+2)\ln(x+2)-\frac{1}{4}x^2+x\ln 2\right]_0^1\approx 0{,}25u.c^2$.

المناقشة بيانيّاً، $e^x+\ln\left(\frac{m+2}{x+2}\right)=e^m$ **تكافئ** $e^x+(m+2)-\ln(x+2)=e^m$ **تكافئ** $e^x-\ln(x+2)=e^m-(m+2)$ **تكافئ** $f(x)=f(m)$ **وهي مناقشة أفقية حلولها فواصل نقط تقاطع** (C_f) **مع المستقيم المتحرك ذو المعادلة** $y=f(m)$

من أجل $m=\alpha$ **المعادلة تقبل حلا مضاعفا**

من أجل $m\in]-2;\alpha[\cup]\alpha;+\infty[$ **المعادلة تقبل حلا ن متمايزان**